Subject Code **J-281**

Seat No. | | | | | | |

M

DATE : 24/06/2026

Time : 11.00 - 2.00

SUBJECT : MATHEMATICS & STATISTICS (COMMERCE) (88)

DURATION : 3 Hours TOTAL PAGES : 11 TOTAL MARKS : 80

सूचना : (i) सर्व प्रश्न सोडविणे अनिवार्य आहे.

(ii) एकूण ६ प्रश्न दोन विभागांत विभागले आहेत.

(iii) विभाग-१ व विभाग-२ यांची उत्तरे एकाच उत्तरपुस्तिकेत लिहावयाची आहेत.

(iv) आवश्यक असल्यास लॉगॅरिथम सारणी (logarithmic table) देण्यात येईल. गणन यंत्राचा वापर करण्यास मनाई आहे .

(v) रेषीय उपयोजन (L. P. P.) आणि वेळ मालिका (time series) प्रश्नांसाठी आलेख कागदाचा वापर करणे अनिवार्य नाही. फक्त कच्ची आकृती आलेख अपेक्षित आहे.

(vi) प्रत्येक नवीन प्रश्नाच्या उत्तराचा प्रारंभ नवीन पानावर करावा.

(vii) प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्नांसाठी (प्र.१ आणि प्र.४ फक्त पहिल्याच प्रयत्नास गुणदान केले जाईल.

विभाग - १

प्र. १. (अ) खालील दिलेल्या प्रत्येक प्रश्नासाठी सर्वात योग्य पर्याय निवडा आणि लिहा : **१२**
(प्रत्येकी १ गुण) : (६)

(i) जर p हे कोणतेही विधान असेल तर $(p \vee \sim p)$ हे .... आहे.

(अ) परस्पर विरोध (contradiction) (ब) पुनरुक्ती (tautology)

(क) आकस्मिकता (contingency) (ड) यांपैकी एकही नाही

(ii) जर $A = \begin{bmatrix} 4 & x \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ ही सविशेष सारणी (singular matrix) असेल तर $x =$

(अ) 2 (ब) -2

(क) 3 (ड) -3

(iii) जर $y = e^{\log x}$ असेल तर $\frac{dy}{dx} =$

(अ) $\frac{e^{\log x}}{x}$ (ब) $\frac{1}{2}$

(क) 1 (ड) दोन्ही (अ) आणि (क)

(iv) जर $0 < \eta < 1$, तर मागणी ही ....

(अ) लवचीक (elastic)

(ब) एकात्मक लवचीक (unitary elastic)

(क) सापेक्ष लवचीक (relatively elastic)

(ड) अलवचीक (inelastic)

(v) $\int x^2 (3)^{x^3}\, dx =$ ....

(अ) $\frac{(3)^{x^3}}{3 \cdot \log 3} + c$ (ब) $(3)^{x^3} + c$

(क) $(\log 3)(3)^{x^3} + c$ (ड) $x^2 (3)^{x^3} + c$

(vi) $\int_{-9}^{9} \frac{x^3}{4 - x^2} dx =$ ....

(अ) 1 (ब) 0 (क) –1 (ड) $\frac{3x^2}{(4 - x^2)^2}$

(ब) खालीलपैकी प्रत्येक विधान सत्य किंवा असत्य आहे ते सांगा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) कोणत्याही बिंदू (a, b) वरील स्पर्शिकेच्या उताराला (slope of tangent) वक्रतेची प्रवणता (gradient) म्हणतात.

(ii) $\int \frac{1}{2x + 3} dx = \log |2x + 3| + c$

(iii) विकलनीय समीकरणाचे क्रम (order) आणि कोटी (degree) नेहमी धनपूर्णांक (positive integers) असतात.

(क) खाली दिलेल्या रिक्त जागा भरा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) $(p \wedge \sim q) \vee t$ चे द्वैत विधान (dual) .... हे आहे.

(ii) $\int e^x \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx =$ ....

(iii) $\frac{dy}{dx} - y = x$ या विकलनीय समीकरणाचे एकात्मिक घटक (integrating factor) हे .... आहे.

प्र. २. (अ) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) १४

(i) ''जर माणूस श्रीमंत असेल तर तो आनंदी असतो'' या विधानाचे विरुद्ध (converse), व्यस्त (inverse) आणि विपरीत (contrapositive) विधाने लिहा.

(ii) संलग्न पद्धतीचा (adjoint method) वापर करून सारणी (matrix) A चा व्यस्त (inverse) काढा.

जेथे $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 7 \end{bmatrix}$

(iii) वस्तूची किंमत (y) च्या संदर्भात मागणी (x) च्या बदलाचा दर शोधा,

जेव्हा

$y = \frac{5x+7}{2x-13}$

(ब) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (८)

(i) सोडवा $\int \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x} + 4e^x + 13}} dx$

(ii) सोडवा $\int_2^5 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + \sqrt{7-x}} dx$

(iii) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$ या लंबवर्तुळाचे (ellipse) क्षेत्रफळ काढा.

प्र. ३. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही <u>दोन</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) [१४]

(i) खालील विधानबंध (statement pattern) पुनरुक्ती (tautology), परस्पर विरोध (contradiction) किंवा आकस्मिकता (contingency) आहे हे तपासा:

$[p \wedge (\sim p \vee q)]$

(ii) जर $x^{y} = e^{x-y}$ तर सिद्ध करा $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{\log x}{(1+\log x)^2}$.

(iii) एक उत्पादक कंपनी, एकूण ₹ (180+4x) किंमतीने x वस्तूंचे उत्पादन करते. या उत्पादनाचे मागणी (demand) फल $P = (240 - x)$ आहे. x ची अशी किंमत शोधा ज्यामुळे नफा वाढेल.

(ब) खालीलपैकी कोणताही <u>एक</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण): (४)

(i) खालील समीकरणे सोपान पद्धतीने (method of reduction) सोडवा :

$$x - y + z = 4$$
$$2x + y - 3z = 0$$
$$x + y + z = 2$$

(ii) जिवाणूंच्या विशिष्ट वातावरणात, त्यांच्या वाढीचा दर उपस्थित असलेल्या संख्येच्या प्रमाणात आहे. जर असे दिसून येते की त्यांची संख्या 4 तासात दुप्पट होते तर 12 तासांत त्यांची संख्या किती पटीत वाढेल हे विकलन समीकरणाच्या संकल्पनेच्या (concept of application of differential equation) आधारे शोधा.

(क) खालीलपैकी कोणतीही <u>एक</u> कृति पूर्ण करा (प्रत्येकी ४ गुण): (४)

(i) एका ठराविक वस्तूचे मागणी फल (x) हे $x = 200 - 4p$ आहे, जिथे p हा दर आहे.

शोधा :

(अ) मागणीची लवचीकता, p च्या स्वरूपात लिहा.

(ब) जेव्हा $p = 10$ तेव्हा मागणीची लवचीकता (elasticity of demand) शोधा. याबद्दल तुमचे मत द्या :

उकल :

(अ) इथे, $x = 200 - 4p$

$\therefore$ मागणीची लवचीकता (η)

$$\eta = \frac{-p}{x}\square$$

$$= \frac{-p}{(200-4p)}\square$$

$$\therefore \quad \eta = \frac{p}{50-p}$$

(ब) जेव्हा $p = 10$

$$\eta = \frac{10}{\square}$$

$$= 0.25$$

$\therefore$ जेव्हा $p = 10$ असेल, तेव्हा मागणीची लवचीकता – $\square$ असेल.

(ii) खालील विकलन समीकरण (differential equation) सोडवा :

$$\frac{dy}{dx} + y = 5$$

उकल : $\frac{dy}{dx} + y = 5$

दिलेले समीकरण हे एक रेषीय विकलन समीकरण आहे.

इथे $P = \square$ $Q = 5$

$\therefore$ I.F. $= e^{\int p dx}$

$\therefore$ I.F. $= \square$

दिलेल्या रेषीय विकलन समीकरणाची उकल

सूत्रानुसार, $\square$

$$\therefore \quad y \cdot e^x = \int 5 \cdot e^x dx + c$$

$\therefore$ $\square$

विभाग - २

प्र. ४. (अ) खालील दिलेल्या प्रत्येक उपप्रश्नासाठी सर्वात योग्य पर्याय निवडा आणि लिहा (प्रत्येकी १ गुण) : (६) १२

(i) ज्या तारखेला बिलाचा कालावधी संपतो, त्याला ----- म्हणतात.

(अ) कायदेशीर देय तारीख (legal due date)

(ब) सवलतीची तारीख (date of discounting)

(क) नाममात्र देय तारीख (nominal due date)

(ड) देयकाची तारीख (date of drawing)

(ii) तोटा = ...

(अ) दावा $\times \frac{\text{विमा मूल्य}}{\text{स्थावर मूल्य}}$ (ब) दावा $\times \frac{\text{स्थावर मूल्य}}{\text{विमा मूल्य}}$

(क) दावा × स्थावर मूल्य (ड) दावा × विमा मूल्य

(iii) प्रतिगमन विश्लेषणात, $b_{yx} \cdot b_{xy}$ =............

(अ) $V(x)$ (ब) σ_x

(क) $(\sigma_y)^2$ (ड) r^2

(iv) चलित सरासरीचा उपयोग हा .... ओळखण्यासाठी होतो.

(अ) कल घटक (ब) अनियमित घटक

(क) हंगामी घटक (ड) चक्रीय घटक

(v) सोप्या एकत्रित पद्धतीनुसार, किंमत निर्देशांक क्रमांक हा .... असा दर्शवितात.

(अ) $\Sigma \frac{p_1}{p_0} \times 100$ (ब) $\Sigma \frac{p_0}{p_1} \times 100$

(क) $\frac{\Sigma p_1}{\Sigma p_0} \times 100$ (ड) $\frac{\Sigma p_0}{\Sigma p_1} \times 100$

(vi) रेषीय उपयोजन (L.P.P.) चे वस्तुनिष्ठ कार्य हे .... आहे.

(अ) एक मर्यादा

(ब) एक फल कमीत कमी किंवा जास्तीत जास्त करण्यासाठी

(क) एक निर्णय चलांमधील संबंध

(ड) एक संभाव्य क्षेत्र

(ब) खालीलपैकी प्रत्येक विधान सत्य किंवा असत्य आहेत ते सांगा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) बँकची सवलत आणि खरी सवलत यांच्यातील फरकाला बँकेचा नफा असे म्हणतात.

(ii) 2 यंत्रांवर n कामे क्रमवार करताना गृहीतक असे आहे की, कोणत्याही यंत्रावर एकावेळी दोन कामे भारीत केली पाहीजेत.

(iii) सोप्या एकत्रित पद्धतीने प्रमाण निर्देशांक क्रमांक $\frac{\Sigma q_1}{\Sigma q_0}\times 100$ ने दर्शवितात.

(क) खाली दिलेल्या रिक्त जागा भरा (प्रत्येकी १ गुण) : (३)

(i) जर $P_{01}(L)=225, P_{01}(P)=144$ then $P_{01}(F)=$ ....

(ii) $x\geq 0, y\geq 0$ या असमीकरणांचा आलेखीय उकलसंच .... चतुर्थांश (quadrant) मध्ये असतो.

(iii) सोपवणी समस्या निराकरणासाठी सारणी ही एक .... सारणी असायला हवी.

प्र. ५. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही <u>दोन</u> उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण): (६) **१४**

(i) खालील माहितीसाठी 4 वर्षीय केंद्रित चलित सरासरी शोधा :

वर्षे	1971	1972	1973	1974	1975	1976
उत्पादन	1	0	1	2	3	2
वर्षे	1977	1978	1979	1980	1981	1982
उत्पादन	3	6	5	1	4	10

(ii) खालील कार्ये पूर्ण करण्यासाठी लागणारा एकूण वेळ, कमीत कमी करणारा क्रम शोधा. प्रत्येक कार्य AB क्रमाने प्रक्रिया केलेले आहे. तसेच यंत्र B साठी निष्क्रीय वेळ शोधा.

	कार्ये (करण्यासाठी लागणारा वेळ मिनिटांमध्ये						
	I	II	III	IV	V	VI	VII
यंत्र A	12	6	5	11	5	7	6
यंत्र B	7	8	9	4	7	8	3

(iii) एक कार कंपनीकडे 2 कार आहेत ज्या रोजच्या रोज भाड्याने दिल्या जातात. एका दिवशी भाड्याने दिलेल्या कारची सरासरी संख्या 1.5 सह पॉयसॉन वितरणानुसार आहे. दिलेल्या दिवशी, काही मागणी नाकारली जाण्याची शक्यता शोधा.

(दिलेले आहे : $e^{-1.5} = 0.2231$)

(ब) खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ गुण) : (८)

(i) खालील LPP आलेखीय पद्धतीने सोडवा.

लघुत्तम करा : $z = 4x + 2y$

अटी : $3x + y \geq 27$

$x + y \geq 21$

$x + 2y \geq 30$

$x \geq 0, y \geq 0$

(ii) चार वेगवेगळी यंत्रे, तीन आवश्यक कामांपैकी कोणतेही काम करू शकतात. खाली दाखवल्याप्रमाणे प्रत्येक सोपवणीतून वेगवेगळा नफा मिळतो.

कार्ये	यंत्रावरील फायदा (₹ मध्ये)			
	A	B	C	D
1	35	40	43	41
2	40	48	44	43
3	50	45	46	48

सर्वोत्तम सोपवणी वेळापत्रक शोधा.

(iii) एका स्वतंत्र यादृच्छिक चल X चे संभाव्यता वितरण खालील प्रमाणे आहे :

x	1	2	3	4	5	6	7
$P[X=x]$	k	$2k$	$2k$	$3k$	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

शोधा : (अ) k (ब) $P(X<3)$

(क) $P(X>6)$ (ड) $P(0<X<1)$

प्र. ६. **(अ)** खालीलपैकी कोणतेही दोन उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ३ गुण) : (६) **१४**

(i) जर एखादया कंपनीला 4 वर्षांच्या शेवटी ₹ 4,31,000 अपेक्षित किंमतीचे यंत्र खरेदी करायचे आहे आणि त्यावर 5% दराने वार्षिक चक्रवाढ व्याज आहे. तर त्या कंपनीने दर वर्षाअखेर किती रक्कमेची तरतूद केली पाहिजे?
(वापरा $(1.05)^4 = 1.2155$)

(ii) खाली दिलेल्या द्विचल माहितीसाठी X वर Y चे प्रतिगमन रेषेचे समीकरण शोधा.

X	1	2	3	4	5
Y	5	7	9	11	13

(iii) खालील तक्ता 1975 ते 1983 यामध्ये मदयधुंद अवस्थेत गाडी चालवल्यामुळे झालेल्या वाहतुकीच्या अपघाती मृत्यूंची (एका राज्यातील) माहिती दर्शविते.

वर्षे	**1975**	**1976**	**1977**	**1978**	**1979**	**1980**	**1981**	**1982**	**1983**
मृतांची संख्या	0	6	3	8	2	9	4	5	10

वरील माहितीसाठी कमीत कमी वर्ग पद्धतीने (least square method) प्रवृत्तीरेषा बनवा.

(ब) खालीलपैकी कोणताही एक उपप्रश्न सोडवा (प्रत्येकी ४ अंक): (४)

(i) दिले आहे $\Sigma p_0q_0 = 120$, $\Sigma p_0q_1 = 160$, $\Sigma p_1q_1 = 140$ आणि $\Sigma p_1q_0 = 200$

तर लास्पेयर्स, पाशेस, डॉर्बिश-बॉलीस आणि मार्शल एजेवर्थचा किंमत निर्देशांक क्रमांक काढा.

(ii) एक फासा ४ वेळा फेकला. जर 'विषम संख्या मिळणे' हे यश असेल तर

(अ) २ वेळा यश (ब) कमीत कमी ३ वेळा यश

(क) जास्तीत जास्त २ वेळा यश

यांची संभाव्यता (probability) शोधा.

(क) खालीलपैकी कोणतीही एक कृती पूर्ण करा (प्रत्येकी ४ गुण): (४)

(i) राजेशला नकद विक्रीवर 10% आणि उधार विक्रीवर 8% दलाली मिळते. जर एकूण ₹ 50,000 विक्रीनंतर त्याला ₹ 4,400 दलाली मिळत असेल तर त्याने किती नकद विक्री आणि उधार विक्री केली?

उकल :

नकद विक्री ₹ x मानू

∴ उधार विक्री = ₹ $\boxed{}$

एकूण दलाली x वर 10% + (50,000 – x) वर 8%

∴ $\boxed{} = x \times \frac{10}{100} + (50{,}000 - x) \times \frac{8}{100}$

∴ $x = \boxed{}$

∴ नकद विक्रीवरील दलाली ₹ 20,000 आणि

उधार विक्रीवर दलाल ₹ $\boxed{}$ आहे.

(ii) दोन प्रतिगमन रेषांची समीकरणे $16y + x = 64$ आणि $x + 4y = 5$ ही आहेत. यावरून प्रतिगमन सहगुणके आणि सहसंबंध सहगुणक शोधा.

उकल :

प्रतिगमन रेषा X वर Y ही $16y + x = 64$ आणि प्रतिगमन रेषा Y वर X ही $x + 4y = 5$ मानू.

आता $16y + x = 64$ आणि $x + 4y = 5$

∴ $y = \frac{-1}{16}x + 4$ आणि $x = -4y + 5$

$\therefore \quad b_{yx} = \square$ आणि $b_{xy} = \square$

$\quad b_{yx} \times b_{xy} = \frac{1}{4}$

$\therefore \quad b_{yx} \times b_{xy} < 1$

$\therefore$ आपले गृहीतक बरोबर आहे.

$\therefore \quad r^2 = \square$

$\therefore \quad r = \square$

◆◆◆