

DAY — 08

SEAT NUMBER

--	--	--	--	--	--

2024 VII 25

1100

J-180

(H)

MATHEMATICS & STATISTICS (88) (COMMERCE)

Time : 3 Hrs.

(12 Pages)

Max. Marks : 80

- सूचना :** (१) सभी प्रश्नों को हल करना अनिवार्य है।
 (२) यहाँ ६ प्रश्नों को दो विभागों में बाँटा गया है।
 (३) विभाग-१ तथा विभाग-२ के प्रश्नों को एक ही उत्तरपत्रिका में लिखिए।
 (४) लॉग सारणी का उपयोग करने की अनुमति है। गणनयंत्र का उपयोग वर्जित है।
 (५) रेखीय संयोजन प्रश्न (L. P. P.) और समय-श्रृंखला (time series) प्रश्नों के लिए कच्ची आकृति अपेक्षित है, आलेख पत्र आवश्यक नहीं है।
 (६) सभी नए प्रश्नों के उत्तर नए पन्नों पर लिखिए।
 (७) प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न के लिए (प्रश्न १ और प्रश्न ४) केवल पहले प्रयास का ही गुणदान किया जाएगा।

विभाग - १

- प्र. १. (अ) निम्नलिखित बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : [१२]
 (६)

- (i) निम्नलिखित में से कौन सा वाक्य तर्क में एक कथन है।
 (अ) वह एक अच्छे अभिनेता हैं।
 (ब) क्या आपने अभी तक दोपहर का खाना खाया?
 (क) प्रत्येक वास्तविक संख्या एक सम्मिश्र संख्या होती है।
 (ड) मोटर कार यहाँ ले आई।

- (ii) यदि $y = 2x^2 + \log 2 + 5$ तब $\frac{dy}{dx} =$ —

- (अ) x (ब) $4x$
 (क) $2x + \log 2$ (ड) $-4x$

(iii) यदि $x = 2at^2, y = 4at$ तब $\frac{dy}{dx} = \text{—}$

(अ) $-\frac{1}{2at^2}$ (ब) $\frac{1}{2at^3}$

(क) $\frac{1}{t}$ (ड) $\frac{1}{4at^3}$

(iv) बिंदु $P(-1, -2)$ पर वक्र $y = x^2 + 4x + 1$ की स्पर्श रेखा का समीकरण — होगा।

(अ) $2x - y = 0$ (ब) $x + 2y + 5 = 0$

(क) $2x + 4 = 3y$ (ड) $5x + y = 1$

(v) $\int_{-2}^3 \frac{dx}{x+5} = \text{—}$

(अ) $-\log\left(\frac{8}{3}\right)$ (ब) $3 \log\left(\frac{3}{8}\right)$

(क) $\log\left(\frac{8}{3}\right)$ (ड) $-2 \log\left(\frac{3}{8}\right)$

(vi) अवकल समीकरण $\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + 8 = 0$ का क्रम और कोटि — होगी।

(अ) क्रम = 2, कोटि = 2 (ब) क्रम = 1, कोटि = 2

(क) क्रम = 1, कोटि = 1 (ड) क्रम = 2, कोटि = 1

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) प्रत्येक एकक आव्यूह (identity matrix) एक अदिश (scalar) आव्यूह होता है।

(ii) किसी वस्तु की कीमत (y) के संबंध में उसकी मांग (x) में परिवर्तन की दर $\frac{dy}{dx}$ होगी।

(iii) $\frac{dy}{dx} - y = x$ का समाकलन कारक (I.F.) e^x होगा।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) यदि $y = x \cdot \log x$ तब $\frac{d^2y}{dx^2} = \text{---}$

(ii) यदि सीमांत राजस्व $R_m = 40$ और मांग की लोच $\eta = 5$ है तो औसत राजस्व R_A --- होगा।

(iii) $y = x^4$, $x = 1$, $x = 5$ और X-अक्ष से बद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल --- होगा।

प्र. २. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक): (६) [१४]

(i) निम्नलिखित कथन का विलोम (converse), प्रतिलोम (inverse) तथा विपरीत (contrapositive) लिखिए :

“अगर रेलगाड़ी समय पर पहुँच जाए तो मैं साथ वाला (connecting) हवाई जहाज पकड़ सकता हूँ।”

(ii) यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & a \\ -1 & b \end{bmatrix}$ और यदि $(A + B)^2 = A^2 + B^2$ तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।

(iii) यदि $y = (x)^x + (a)^x$ तब $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (८)

(i) मूल्यांकन कीजिए : $\int \frac{x}{4x^4 - 20x^2 - 3} dx$

(ii) मूल्यांकन कीजिए : $\int_1^3 \log x dx$

- (iii) जीवाणुओं के एक विशिष्ट वातावरण में उनके बढ़ने की दर मौजूद संख्या के समानुपाती होती है। यदि ऐसा दिखाई देता है कि उनकी संख्या 4 घंटों में दोगुनी होती हो तो 12 घंटों में उनकी संख्या कितने गुना होगी?

प्र. ३. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) [१४]

- (i) 36 सेमी लंबाई की एक धातु के तार को एक आयत बनाने के लिए मोड़ा गया है। जब इसका क्षेत्रफल अधिकतम हो तो इसके आयाम ज्ञात कीजिए।

(ii) मूल्यांकन कीजिए : $\int \frac{2x+1}{x(x-1)(x-4)} dx$

- (iii) $y^2 = 25x$ तथा रेखा $x = 4$ से बद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक) : (४)

- (i) सत्यता तालिका का उपयोग करके सत्यापन कीजिए :
 $\sim(p \rightarrow \sim q) \equiv p \wedge \sim(\sim q) \equiv p \wedge q$
- (ii) निम्नलिखित समीकरणों को व्युत्क्रमण विधि (method of inversion) से हल कीजिए :

$$x + y + z = 1, x - y + z = 2, x + y - z = 3$$

(क) निम्नलिखित में से किसी एक कृति (activity) को पूर्ण कीजिए (प्रत्येक ४ अंक) : (४)

- (i) x वस्तुओं के उत्पादन की लागत $C = x^3 - 16x^2 + 47x$ के रूप में दी गई है। x के किन मानों के लिए औसत लागत घट रही है?

हल : दिया गया $C = x^3 - 16x^2 + 47x$

$$\text{औसत लागत } C_A = \frac{C}{x}$$

$$\therefore C_A = \boxed{}$$

x के सापेक्ष विकलन करने पर, हम पाते हैं।

$$\frac{d}{dx}(C_A) = \boxed{}$$

हम जानते हैं कि C_A घट रहा है।

$$\text{यदि } \frac{d}{dx}(C_A) \boxed{} 0$$

$$\therefore 2x - 16 < 0$$

$$\therefore 2x < 16$$

$$\therefore x < \boxed{}$$

$\therefore x \in (0, 8)$ के लिए औसत लागत घट रही है।

(ii) अवकल समीकरण को हल कीजिए :

$$y - x \frac{dy}{dx} = 0$$

हल : दिया गया समीकरण $y - x \frac{dy}{dx} = 0$ है।

चर को अलग करने पर, हम पाते हैं,

$$\frac{dx}{\boxed{}} = \frac{dy}{\boxed{}}$$

समाकलन करने पर हमें मिलता है।

$$\int \frac{dx}{\boxed{}} = \int \frac{dy}{\boxed{}} + c$$

$$\therefore \log x = \boxed{} + c$$

$$\therefore \log x - \log y = \log c_1 \text{ जहाँ } c = \log c_1$$

$$\therefore \log \left(\frac{x}{y} \right) = \log c_1$$

$$\therefore \frac{x}{\boxed{}} = c_1$$

इसलिए $x = c_1 y$ आवश्यक हल है।

विभाग - २

प्र. ४. (अ) निम्नलिखित प्रत्येक बहुविकल्पीय प्रश्नों के विकल्पों में से सही विकल्प चुनकर लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : [१२] (६)

- (i) जिस तारीख को बिल की अवधि समाप्त होती है उसे ——— कहा जाता है।
(अ) कानूनी नियत तिथि (ब) अनुग्रह तिथि (grace date)
(क) नाममात्र देय तिथि (ड) बिल निकालने की तिथि
- (ii) एक व्यक्ति ने ₹ 4,00,000 की संपत्ति का बीमा कराया। बीमा की किश्त की दर ₹ 35 प्रति हजार प्रति वर्ष है। वार्षिक बीमा की किश्त की राशि ——— होगी।
(अ) ₹ 14,000 (ब) ₹ 24,000
(क) ₹ 34,000 (ड) ₹ 15,000
- (iii) पाश्चे की कीमत सूचकांक संख्या ——— द्वारा दी गई है।
(अ) $\frac{\sum p_0q_0}{\sum p_1q_0} \times 100$ (ब) $\frac{\sum p_0q_1}{\sum p_1q_1} \times 100$
(क) $\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \times 100$ (ड) $\frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1} \times 100$
- (iv) यदि कार्य I, II, III में यंत्र M_1 पर 8, 6, 5 और यंत्र M_2 पर 8, 3, 4 का प्रसंस्करण समय M_1 - M_2 क्रम में है तो इष्टतम अनुक्रम ——— होगा।
(अ) I II III (ब) I III II
(क) II I III (ड) III II I
- (v) यदि $E(X) = 4$ और X पॉयसन वितरण का अनुसरण करता है तब $V(X) =$ ———
(अ) 2 (ब) -2
(क) 4 (ड) -4

(vi) तीन सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं। X यदि चितों की संख्या है तो X का अपेक्षित मान — होगा।

(अ) 1

(ब) 1.5

(क) 1.9

(ड) 1.017

(ब) निम्नलिखित कथन सत्य हैं या असत्य, लिखिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) X पर Y के प्रतिगमन में, X स्वतंत्र चर है और Y आश्रित चर है।

(ii) असमानताओं $x \leq 0, y \leq 0$ द्वारा दर्शाया गया क्षेत्र पहले चतुर्थांश में स्थित है।

(iii) स्वत्वार्पण समस्या में, यदि स्तंभ की संख्या पंक्तियों की संख्या से अधिक है तो एक बनावटी स्तंभ जोड़ा जाता है।

(क) निम्नलिखित रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए (प्रत्येक १ अंक) : (३)

(i) यदि कोई दलाल ₹ 48,000 की बिक्री पर 12% दलाली लेता है तो उसकी कुल दलाली ₹ — है।

(ii) उद्देश्य फलन का इष्टतम मान व्यवहार्य क्षेत्र के — बिंदुओं पर उपस्थित होता है।

(iii) एक सतत यादृच्छिक चर X का संभाव्यता वितरण फलन (p.d.f.) दिया गया है :

$$f(x) = \frac{x}{8}, 0 < x < 4 \text{ के लिए}$$

$$= 0, \text{ अन्यथा}$$

$$\text{तब } P(1 < x < 2) = \text{—}$$

प्र. ५. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक): (६) [१४]

(i) यदि प्रतिवर्ष ₹ 20,000 की तत्काल वार्षिकी 2 वर्षों में ₹ 41,000 हो जाती है तो वार्षिक रूप से चक्रवृद्धि ब्याज की दर ज्ञात कीजिए।

- (ii) निम्नलिखित जानकारी के लिए सरल समुच्चय विधि का उपयोग करके मूल्य सूचकांक संख्या ज्ञात कीजिए :

वस्तुएँ	आधार वर्ष		चालू वर्ष	
	कीमत	मात्रा	कीमत	मात्रा
A	30	22	40	18
B	40	16	60	12
C	10	38	15	24
D	50	12	60	16
E	20	28	25	36

- (iii) पाँच कार्यों को एक खराद (lathe) और एक सतह चक्की (surface grinder) इस क्रम से गुजरना होगा। प्रसंस्करण समय घंटों में नीचे दिखाया गया है। कार्यों का इष्टतम क्रम निर्धारित कीजिए। बीता हुआ कुल समय भी ज्ञात कीजिए :

कार्य	I	II	III	IV	V
खराद	4	1	5	2	5
सतह चक्की	3	2	4	3	6

(ब) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (८)

- (i) 14 अप्रैल को ₹ 7,000 का एक बिल निकाला गया और 6 जुलाई को 5% प्रतिवर्ष की दर से समाविष्ट किया गया। बैंकर ने बिल के लिए ₹ 6, 930 का भुगतान किया। बिल की अवधि ज्ञात कीजिए।
- (ii) निम्न तालिका 1976 से 1986 तक का इस्पात का उत्पादन (10 लाख टन में) देती है :

वर्ष	1976	1977	1978	1979	1980
उत्पादन	0	4	4	2	6

1981	1982	1983	1984	1985	1986
8	5	9	4	10	10

उपरोक्त जानकारी के लिए न्यूनतम वर्ग विधि द्वारा एक प्रवृत्ति रेखा निकालिए।

(iii) निम्नलिखित रेखीय संयोजन प्रश्न (L.P.P.) को आलेखीय विधि से हल कीजिए :

अधिकतम कीजिए : $z = 7x + 11y$

शर्तें : $3x + 4y \leq 24,$

$5x + 3y \leq 30,$

$x \geq 0, y \geq 0$

प्र. ६. (अ) निम्नलिखित में से किन्हीं दो उपप्रश्नों को हल कीजिए (प्रत्येक ३ अंक) : (६) [१४]

(i) एक द्विचर जानकारी के लिए :

$\bar{x} = 53, \bar{y} = 28, b_{yx} = -1.2, b_{xy} = -0.3$

ज्ञात कीजिए : (अ) x और y के बीच सहसंबंध गुणांक

(ब) $x = 50$ के लिए y का अनुमान लगाइए।

(ii) दिया गया है $\Sigma p_0q_0 = 220, \Sigma p_0q_1 = 380, \Sigma p_1q_1 = 350$ और मार्शल-एजवर्थ की कीमत सूचकांक संख्या 150 है। लैस्पायर की कीमत सूचकांक संख्या ज्ञात कीजिए।

(iii) निम्नलिखित आँकड़े वर्ष 1962 से 1972 तक ब्लीचिंग पाऊडर (हज़ार टन में) के उत्पादन को दर्शाते हैं:

वर्ष	1962	1963	1964	1965	1966
उत्पादन	0	0	1	1	4

1967	1968	1969	1970	1971	1972
2	4	9	7	10	8

पाँच वर्षीय चलित औसत का उपयोग करके उपरोक्त जानकारी के लिए प्रवृत्ति मूल्य ज्ञात कीजिए।

(ब) निम्नलिखित में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (प्रत्येक ४ अंक): (४)

- (i) एक यंत्र की दुकान में चार नए यंत्र M_1, M_2, M_3 और M_4 स्थापित किए जाने हैं। 5 रिक्त स्थान A, B, C, D और E उपलब्ध हैं। सीमित स्थान के कारण यंत्र M_2 को C पर नहीं रखा जा सकता और M_3 को A पर नहीं रखा जा सकता। लागत आव्यूह नीचे दिया गया है।

यंत्र	स्थान				
	A	B	C	D	E
M_1	4	6	10	5	6
M_2	7	4	—	5	4
M_3	—	6	9	6	2
M_4	9	3	7	2	3

इष्टतम स्वत्वार्पण अनुसूची प्राप्त कीजिए।

- (ii) बड़ी मात्रा में रखी वस्तुओं में 10% दोषपूर्ण वस्तुएँ हैं। इसकी क्या प्रायिकता है कि 4 वस्तुओं के नमूने में एक से अधिक दोषपूर्ण वस्तुएँ शामिल नहीं होंगी?

(क) निम्न में से किसी एक उपप्रश्न को हल कीजिए (कृति पूर्ण कीजिए)

(प्रत्येक ४ अंक):

(४)

- (i) दो प्रतिगमन रेखाओं का समीकरण $3x + 2y - 26 = 0$ और $6x + y - 31 = 0$ है। x और y के बीच का सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

हल:

सहसंबंध गुणांक ज्ञात करने के लिए हमें प्रतिगमन गुणांक b_{yx} और b_{xy} ज्ञात करने होंगे।

माना कि $3x + 2y = 26$, x पर y की प्रतिगमन रेखा का समीकरण है।

यह देता है $y = \boxed{} x + 13$

$$\therefore b_{yx} = -\frac{3}{2}$$

अब माना कि $6x + y = 31$, y पर x की प्रतिगमन रेखा का समीकरण है।

इसे ऐसा लिखा जा सकता है $x = \boxed{} y + \frac{31}{6}$

$$\therefore b_{xy} = -\frac{1}{6}$$

अब $r^2 = \boxed{} = 0.25$

b_{yx} और b_{xy} दोनों भी ऋणात्मक हैं।

$$\therefore r = \boxed{}$$

(ii) X का संभाव्यता वितरण इस प्रकार है :

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	0.1	k	$2k$	$2k$	k

ज्ञात कीजिए :

(अ) k

(ब) $P(X < 2)$

(क) $P(1 \leq X < 4)$

(ड) $F(2)$

हल :

यह सारणी एक संभाव्यता वितरण देती है।

$$\therefore \sum p_i = 1$$

$$\therefore 0.1 + k + 2k + 2k + k = 1$$

(अ) $k = \boxed{}$

(ब) $P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$
 $= \boxed{}$

$$(\text{क}) \quad P(1 \leq X < 4) = P(1) + P(2) + P(3)$$

$$= \boxed{}$$

$$(\text{ड}) \quad F(2) = P(X \leq 2)$$

$$= P(0) + P(1) + P(2)$$

$$= \boxed{}$$

